

Análisis modal del yunque de un sistema para calibración de acelerómetros por impacto

Sergio Raúl Rojas Ramírez, Guillermo Silva Pineda, Alfredo Elías Juárez

Centro Nacional de Metrología
División de Vibraciones y Acústica
km 4,5 Carr. a Los Cués, El Marqués, Querétaro. C.P. 76900

RESUMEN

La calibración de transductores de vibración requiere de equipo especial que permita materializar las magnitudes de movimiento⁴ de traslación (desplazamiento, velocidad y aceleración) y rotación (ángulo de rotación, velocidad angular y aceleración angular), además de instrumentación como interferómetros⁵, analizadores de señal, tarjetas adquisitoras, etc., que permitan la captura de señales.

En el caso de calibración de transductores de vibración empleando impactos, es necesario contar con un sistema que permita tanto la medición de la señal de excitación como la respuesta al impulso correspondiente^{1,8}. Este trabajo presenta el análisis de un sistema para la calibración de acelerómetros con aceleraciones de media intensidad (de 100 a 5000 m/s²) para tal efecto se ha diseñado un excitador que consiste de un resorte impulsor, un elemento transmisor suspendido con cojinetes de aire ('martillo') y un elemento portador del acelerómetro ('yunque'). El resorte impulsa el martillo hacia el yunque, el cual sufre una aceleración en lo posible libre de distorsión, de intensidad controlada y repetible.

La aceleración a la que es sometido un acelerómetro montado en el yunque, es muy similar al modelo $a = \text{sen}^2(\varpi t) \Big|_0^\pi$ y es conocido como impulso de medio seno cuadrado. Por requerimientos de la norma ISO 5347/23, se necesita que la frecuencia natural del yunque y martillo sea de por lo menos $\frac{10}{T}$, siendo T la duración del impulso, e.g., $T \in [1, 10] \text{ ms}$

Se presenta la solución del modelo teórico para vibración en barras, así como la simulación por elemento finito en un paquete comercial; estos resultados se utilizan como base para el diseño de las piezas, que una vez fabricadas se analizan por el método de excitación en un punto fijo con martillo de impactos. Se analizan los resultados para verificar el cumplimiento de la norma ISO 5347/23.

1. INTRODUCCIÓN

La trazabilidad a patrones nacionales de medición es una característica muy importante de la cual depende la uniformidad y concordancia en cualquier tipo de medición. La reproducibilidad de experimentos o mediciones de alta exactitud difícilmente puede lograrse sin equipo calibrado y trazable a patrones de medición¹⁰. Por ello, los instrumentos de medición deben ser trazables a patrones nacionales de la magnitud correspondiente a través de una cadena ininterrumpida de calibraciones.

Para la calibración primaria de transductores de vibración patrón, es indispensable instrumentación como vibrómetros, interferómetros y equipo para medición de señales de choque. De acuerdo con las normas internacionales, los interferómetros son utilizados para la medición de la aceleración y otras magnitudes de movimiento (ver tabla 1) usadas para calibración de transductores de vibración⁴.

Movimiento		Dependencia en tiempo
Dirección	Magnitud	Fórmula general
Traslación	Desplazamiento s	$s(t)$
	Velocidad v	$v(t)=ds/dt$
	Aceleración a	$a(t)=d^2s/dt^2$
Rotación	Angulo de rotación ϕ	$\phi(t)$
	Velocidad angular Ω	$\Omega(t)=d\phi/dt$
	Aceleración angular α	$\alpha(t)=d^2\phi/dt^2$

Tabla 1 - Magnitudes de movimiento de traslación y rotación

Mediciones de alta exactitud para movimiento (de traslación o rotación) y calibración primaria utilizando interferometría, solo pueden ser posibles si el movimiento a ser medido es bien definido con respecto a la dirección y parámetro de interés; además como los transductores de vibración son sensibles a componentes del movimiento que actúan en direcciones indeseables; generalmente se intenta reproducir el movimiento en una sola dirección.

Para generar aceleraciones de media intensidad (100 a 5000 m/s²) la norma ISO 5347/23 indica el uso de un excitador que consiste de un resorte impulsor, un elemento transmisor suspendido con cojinetes de aire ('martillo') y un elemento portador del transductor ('yunque'). El resorte impulsa el martillo hacia el yunque, el cual sufre una aceleración proporcional al impulso inicial del martillo; el movimiento del yunque debe ser, en lo posible, libre de distorsión, con aceleración máxima controlada y repetible.

El martillo y yunque son dos piezas importantes en el funcionamiento del sistema de impactos, ya que sus propiedades mecánicas definen en mayor medida el intervalo de trabajo del sistema completo; durante el diseño de estas piezas se busca maximizar la frecuencia natural, minimizar masa y acabados óptimos para ser sujetados por medio de cojinetes neumáticos

2 SISTEMA DE EXCITACIÓN

Consiste de un sistema de cojinetes de aire que soportan a dos piezas metálicas denominadas martillo y yunque. El yunque es la pieza sobre la cual se coloca el acelerómetro a ser calibrado. El martillo es impulsado por un resorte, como se ilustra en la figura 1, y con el cual se aplican aceleraciones tipo impulso al yunque.

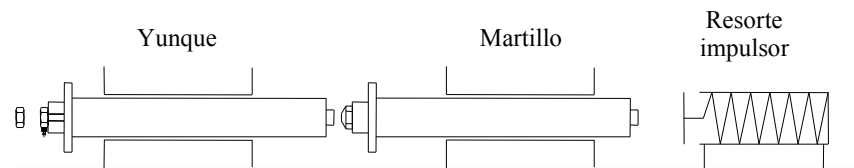


Fig. 1 - Esquema del sistema de excitación

Link et. al. (1998) utilizaron el modelo matemático de un medio seno cuadrado (conocido también como impulso senoidal cuadrado) para modelar la aceleración a la que se somete un acelerómetro al aplicar un impacto de media intensidad, esto es ilustrado en la figura 2.

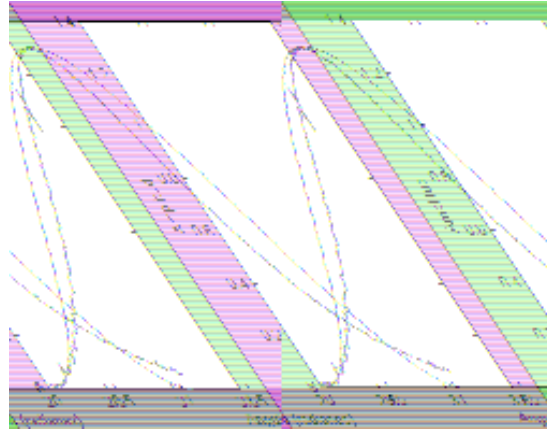


Figura 2 - Similitud de datos experimentales con el modelo $\text{sen}^2(\omega t)$

El modelo teórico se representa mediante la ecuación,

$$a(t) = a_{\max} \text{sen}^2\left(\frac{\pi t}{T_{\text{sen}}}\right) \quad \text{para } 0 \leq t \leq T_{\text{sen}} \quad (1)$$

donde: $a_{\max}$: aceleración máxima, m/s^2 ; t : tiempo, s T_{sen} : medio período de la función senoidal, s

3. ANÁLISIS MODAL DEL YUNQUE

3.1 Solución de los modelos teóricos para barras de sección transversal constante.

Para la estimación de las frecuencias naturales y formas modales del yunque, se utiliza un modelo de una barra sin restricciones, de sección transversal circular y de área constante a lo largo de su eje axial a-a como se muestra en la figura 3.

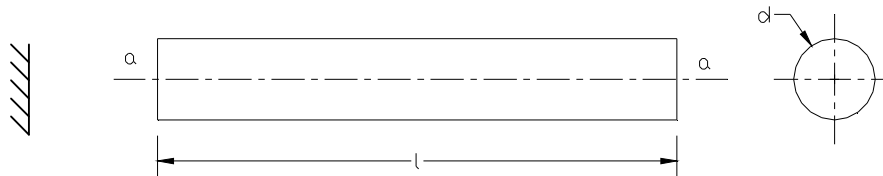


Figura 3- Modelo utilizado para la solución teórica

3.1.1 Modos longitudinales

La frecuencia natural de los modos longitudinales para el modelo planteado (Inman, 1996; Thomson, 1993) puede estimarse empleando la siguiente ecuación.

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{donde } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

donde, E : modulo de elasticidad, N/m^2 , ρ : densidad, kg/m^3 , l : longitud, m. La tabla 2 muestra los resultados para los modos longitudinales.

Teóricos	
Modo	Frecuencia (Hz)
1	13664
2	27327

Tabla 2 – Frecuencias naturales de los modos longitudinales.

Las formas modales son aproximadas por la ecuación 3 y en la figura 4 se muestran los resultados.

$$f_n(x) = \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad \text{para } n=0,1,2,\dots \quad (3)$$

donde, x: posición a lo largo de la barra, m

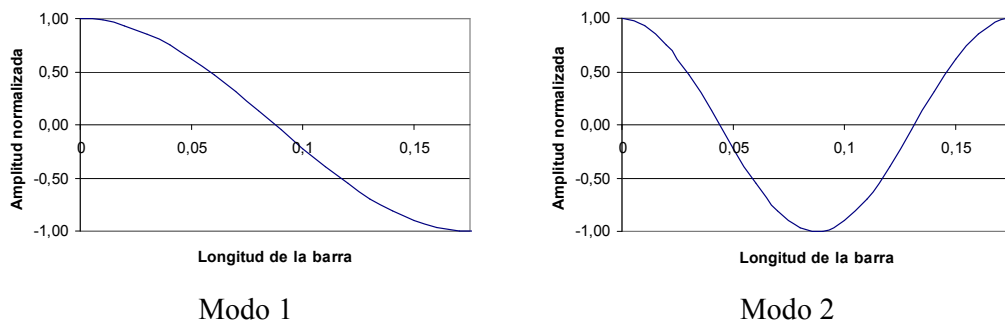


Figura 4 - Formas modales longitudinales

3.1.2 Modos de flexión

Aplicando el modelo para barras de sección transversal constante (ver figura 3), las frecuencias naturales de los modos de flexión se obtienen con la ecuación 4 (Inman, 1996; Thomson, 1993). La tabla 3 muestra los resultados obtenidos.

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4)$$

donde, β_n : frecuencia natural normalizada, m^{-1} , A: Area de la sección transversal, m^2

Teóricos	
Modo	Frecuencia (Hz)
1	3477
2	9585
3	18792
4	31064

Tabla 3 – Frecuencias naturales de los modos de flexión.

La solución general de la ecuación que aproxima las formas modales de flexión $X(x)$, es la siguiente:

$$X(x) = a_1 \sin(\beta x) + a_2 \cos(\beta x) + a_3 \sinh(\beta x) + a_4 \cosh(\beta x) \quad (5)$$

donde, $X(x)$: desplazamiento normalizado con respecto al eje axial de la barra, a_i : coeficientes

La ecuación 6 proporciona la solución para las formas modales en barras de sección transversal constante, ver figura 3. La figura 5 muestra varias formas modales.

$$X(x) = \left(\frac{\cos(\beta l) - \cosh(\beta l)}{-\sin(\beta l) + \sinh(\beta l)} \right) (\sin(\beta x) + \sinh(\beta x)) + \cos(\beta x) + \cosh(\beta x) \quad (6)$$

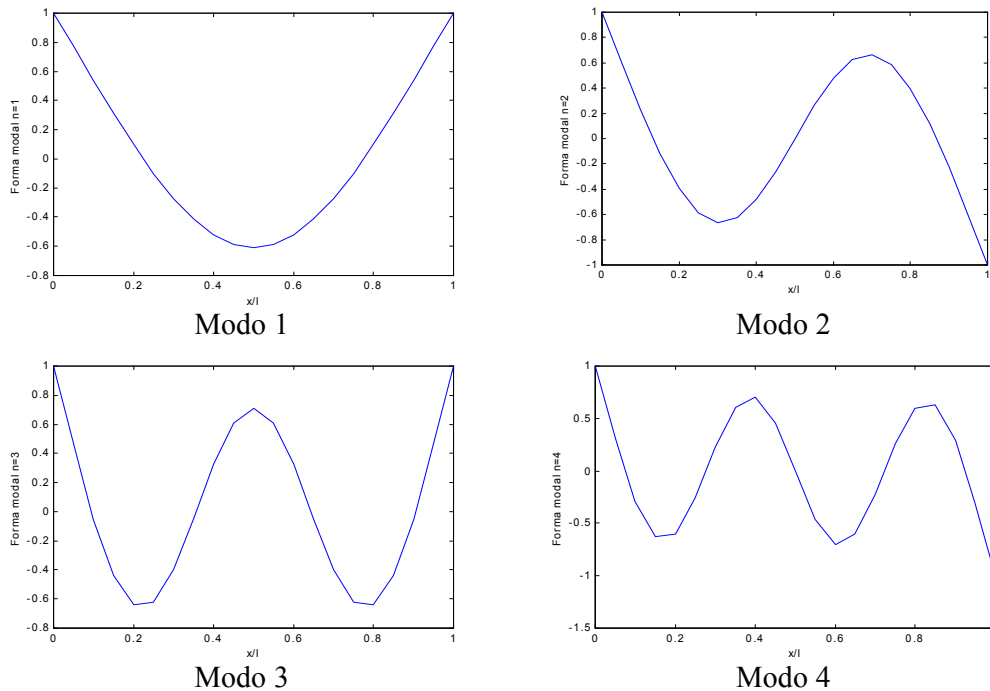


Figura 5 - Formas modales de flexión

3.2 Análisis modal del yunque por el método de elemento finito (MEF)

Para el análisis por el MEF se utiliza un modelo de forma cilíndrica con diferentes secciones transversales, las cuales se denotan en la figura 6.



Figura 6 – Malla para el análisis del yunque por el MEF

El elemento utilizado es un tetraedro de cuatro nodos; las restricciones de movimiento son colocadas en la zona soportada por los cojinetes de aire en ambas direcciones transversales. El análisis de los primeros cinco modos de vibración da los resultados de la tabla 4.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	14956
2	18936
3	19050
4	27072
5	27613

Tabla 4 – Frecuencias naturales encontradas en el análisis del yunque por el MEF

En la figura 7 se muestran las dos primeras formas modales. El modo 1 presenta una forma modal axial y el segundo una forma modal de flexión en la punta del yunque.

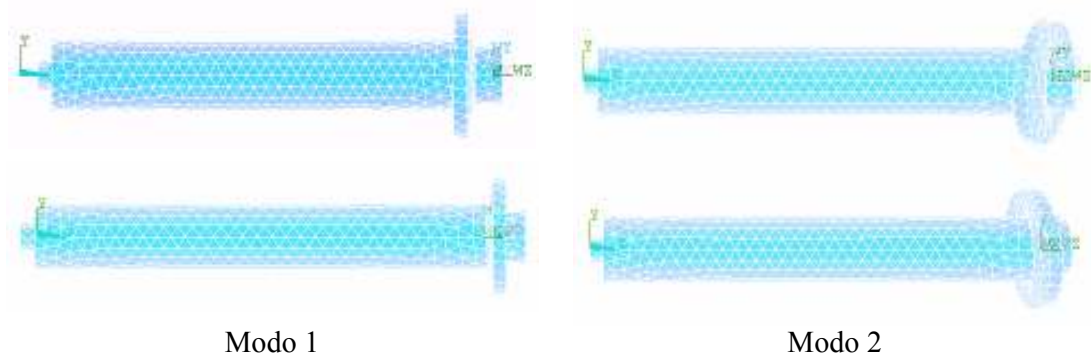


Figura 7 – Formas modales del yunque en el modelo de ANSYS

3.3 Análisis modal del yunque por análisis modal experimental (AME)

Se realiza el análisis modal por medio de la técnica de excitación transiente con un martillo de impactos en un punto fijo y la medición de la respuesta a la frecuencia en cada uno de los puntos de medición. Se define un punto de excitación y 28 puntos de medición a lo largo del cuerpo del yunque, se obtienen las respuestas a la frecuencia y aplicando el método de análisis de cuadratura (Ewins, 1986; Inman 1996; Maia et. al., (1997)) se obtienen las frecuencias naturales y las formas modales del yunque. El resumen de resultados se muestra en la tabla 5 y las formas modales en la figura 8.

Modo	Frecuencia (Hz)	Descripción
1	3380	modo de flexión
2	8640	modo de flexión
3	13690	primer modo longitudinal
4	15160	modo de flexión y alabeo en la punta
5	21340	modo de flexión
6	24440	modo local

Tabla 5 – Frecuencias naturales encontradas en el análisis modal experimental

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la tabla 6 se presenta un resumen de resultados estableciendo la semejanza entre los modos encontrados por los diferentes métodos.

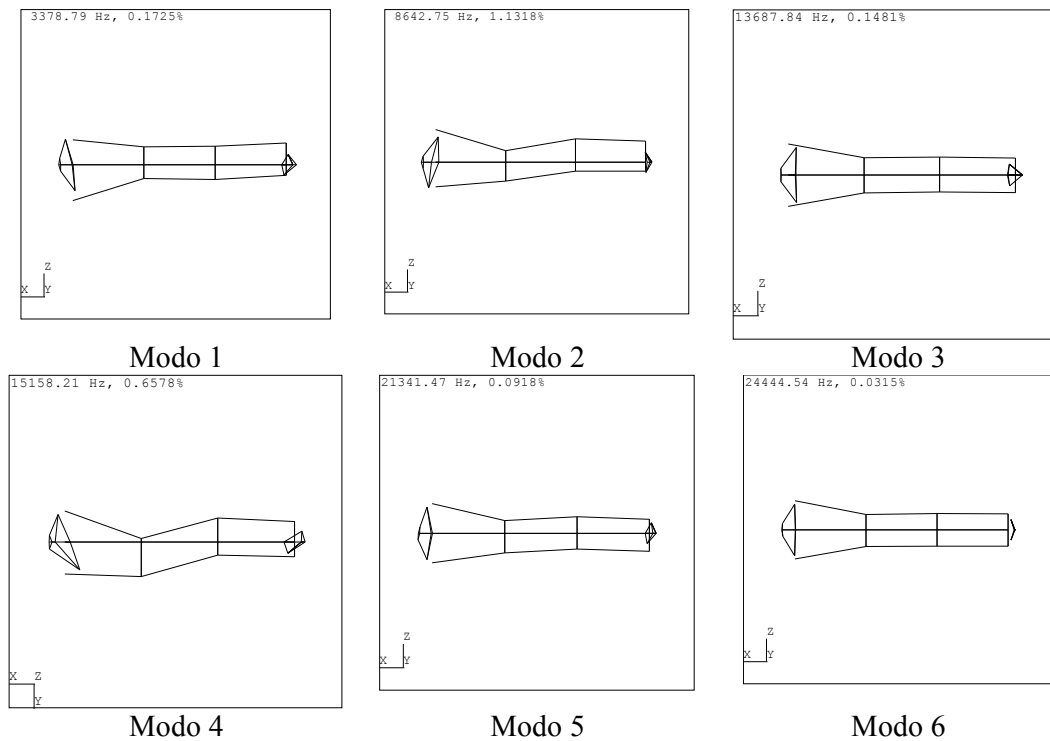


Figura 8 – Formas modales obtenidas del análisis modal experimental

Frecuencias naturales (Hz)			Forma modal
Modelo teórico	MEF	AME	
3477	---	3380	flexión
9585	---	8640	flexión
13664	14956	13690	longitudinal
18792	18936	15160	flexión
27327	---	---	longitudinal
31064	---	---	flexión

Tabla 6 – Resumen de resultados

5. CONCLUSIONES

Se puede establecer semejanza entre los resultados de los diferentes métodos de análisis. Los resultados por MEF no muestran los dos primeros modos de flexión debido a las restricciones establecidas (figura 6). Los resultados del modelo teórico difieren en menos del 25 % de los resultados del AME y en menos del 10 % de los resultados del MEF. Los modos de flexión encontrados por el AME no están bien definidos debido a que la cantidad de nodos no es suficiente para describir modos de vibración complejos.

El yunque fabricado cumple con la especificación requerida por la norma ISO 5347/23 para los modos longitudinales, pero se deben establecer las condiciones de frontera bajo las condiciones de operación proyectadas.

Las condiciones de frontera a lo largo del yunque, tales como la sujeción y soporte (ver figura 6), influyen de manera importante en los modos de flexión, como se muestra en el punto 3.2, resultados por MEF. Se resalta que para el primer modo longitudinal resultan valores similares en las tres técnicas de análisis usadas, el comparativo se incluye en la tabla 6.

Se planea continuar el análisis de los elementos mecánicos que intervienen en la prueba de impacto para determinar la distribución de esfuerzos así como la propagación del frente de onda debido al impacto.

REFERENCIAS

- [1] ALFRED LINK, HANS-JÜRGEN VON MARTENS, WOLFGANG WABINSKI, (1998). New method for absolute shock calibration of accelerometers. Proceedings SPIE, numero 3411, pág. 224-235.
- [2] D. J. EWINS. (1986). Modal Testing: Theory and Practice. Research Studies Press LTD. Brüel & Kjær.
- [3] DANIEL J. INMAN. (1996). Engineering vibration. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [4] HANS-JÜRGEN VON MARTENS, ANGELIKA TÄUBNER, WOLFGANG WABINSKI, ALFRED LINK, HANS JOACHIM SCHLAAK. Laser Interferometry – tool and object in vibration and shock calibrations.
- [5] ISO 5347/23 Methods for the calibration of vibration and shock pick-ups. Part 23 Primary shock calibration using laser interferometry.
- [6] NUNO M. MAIA, JÚLIO M. SILVA, et. al. (1997). Theoretical and Experimental Modal Analysis. Research Studies Press LTD. John Wiley & Sons INC.
- [7] WILLIAM T. THOMSON. (1993). Theory of vibration with applications. Cuarta edición. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- [8] SERGIO ROJAS-RAMIREZ, ALFREDO ELIAS-JUAREZ, HANS-JOACHIM SCHLAAK, HANS-JUERGEN von MARTENS (2000), Shock measurements with a homodyne interferometer for accelerometer calibration, AIVELA 2000, Ancona, Italy.
- [9] LEY FEDERAL SOBRE METROLOGIA Y NORMALIZACION, Diario Oficial de la Federación, 1992-julio-01, 1997-mayo-20.
- [10] ISO 17025, General requirements for the competence of testing and calibration laboratories, draft April 1998.